



**Serhii V. Rahulin**  
Рагулін Сергій Володимирович



**Vladyslav V. Ushakov**  
Ушаков Владислав Володимирович



**Oleh M. Dmitriiev**  
Дмитрієв Олег Миколайович



**Oleksandr M. Sharabaiko**  
Шарабайко Олександр Миколайович

УДК 001.891.572

## **MATHEMATICAL MODELING OF THE DISTRIBUTION OF INFRARED RADIATION IN A RANDOM-INHOMOGENEOUS MEDIUM**

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФРАЧЕРВОНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ У ВИПАДКОВО-НЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

DOI [https://doi.org/10.15589/smi2021.1\(15\).4](https://doi.org/10.15589/smi2021.1(15).4)

**Serhii V. Rahulin**

Рагулін Сергій Володимирович,  
канд. техн. наук, доц.  
ragulin\_s@ukr.net  
ORCID: 0000-0001-8955-0380

**Vladyslav V. Ushakov**

Ушаков Владислав Володимирович,  
ст. викладач кафедри авіаційної техніки  
vuuu24.26@gmail.com  
ORCID: 0000-0003-4441-4830

**Oleh M. Dmitriiev**

Дмитрієв Олег Миколайович,  
докт. техн. наук, доц.  
Dmitronik70@i.ua  
ORCID: 0000-0003-1079-9744

**Oleksandr M. Sharabaiko**

Шарабайко Олександр Миколайович,  
канд. техн. наук,  
доцент кафедри військової підготовки

*Flight Academy of National Aviation University, Kropyvnytskyi*

*Льотна академія Національного авіаційного університету, м. Кропивницький*

**Abstract.** The article deals with the development of a mathematical model of interaction of infrared radiation with a random-inhomogeneous medium. The proposed mathematical model will serve the further development of the theoretical principles of the infrared pulse-echo inspection method and can be used to create a decision-making algorithm for the technical condition of the object of aviation technology studied by the mentioned method. The analysis of recent research and publications on this issue has been carried out. It has been found that in most cases, a mathematical apparatus of probability or technology of neural networks is used to create such models. The analysis also found that the studies were devoted to the majority the issue of through the passage of radiation through a coherent-inhomogeneous medium. At the same time, the regularities of the distribution of radiation, which took place everywhere of the test material, were reflected from its lower surface and came through the upper surface, that is, “echo” of the input radiation. It should be noted that the infrared pulse-echo inspection method involves the use of this proportion of general radiation, therefore the problem of creating an appropriate mathematical model is one of the priority when developing the specified method. Scientific novelty is to develop a simplified mathematical model of dissemination of infrared radiation in a random-heterogeneous environment, taking into account the features of its supply and registration into the investigated material, namely one-way, relative to the material, the location of the emitter and

receiver, and the use as a diagnostic signal, the share of general radiation that was reflected from the lower surface of the material and returned to the outside. The practical significance of the proposed model lies in the possibility of creating a software algorithm for determining the technical condition of an object that is diagnosed with the infrared pulse-echo inspection method.

**Key words:** mathematical model; random-inhomogeneous medium; infrared radiation.

**Анотація.** У статті розглядається питання розробки математичної моделі взаємодії інфрачервоного випромінювання з випадково-неоднорідним середовищем. Запропонована математична модель слугуватиме подальшому розвитку теоретичних засад методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії та може бути використана для створення алгоритму прийняття рішення щодо технічного стану об'єкта авіаційної техніки, досліджуваного вказаним методом. Проведено аналіз останніх досліджень і публікацій стосовно цього питання. Виявлено, що здебільшого для створення подібних моделей використовують математичний апарат теорії ймовірностей або технології нейронних мереж. Аналіз публікацій також виявив, що виконані дослідження були присвячені переважно питанням наскрізного проходження випромінювання через шар випадково-неоднорідного середовища. Водночас незадовільно розглянуті закономірності розповсюдження випромінювання, що пройшло скрізь шар досліджуваного матеріалу, відбилося від його нижньої поверхні та вийшло крізь верхню поверхню, тобто «відлуння» вхідного випромінювання. Слід зазначити, що метод інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії передбачає використання саме цієї частки загального випромінювання, тому задача створення відповідної математичної моделі є одною з першочергових при розробці вказаного методу. Наукова новизна полягає в розробці спрощеної математичної моделі розповсюдження інфрачервоного випромінювання у випадково-неоднорідному середовищі з урахуванням особливостей його подачі та реєстрації в досліджуваній матеріал, а саме одностороннє, відносно матеріалу, розташування випромінювача та приймача, та використання як діагностичного сигналу частки загального випромінювання, що відбилася від нижньої поверхні матеріалу та повернулася назовні. Практична значимість запропонованої моделі полягає у можливості створення на її основі програмного алгоритму визначення технічного стану об'єкта, який діагностується за допомогою методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії.

**Ключові слова:** математична модель; випадково-неоднорідне середовище; інфрачервоне випромінювання.

## References

- [1] Pusyryov, O.L., Volkogon, V.O., Alekseev, O.M., Ushakov, V.V. (2016). Development of Airframe Design Elements Control Technique under Operational Conditions. Electronics and control systems no. 4. pp. 46–51.
- [2] Cortes H.I. (2000) Metody i sredstva infrakrasnoy opticheskoy defektoskopii dielektricheskikh materialov: dissertatsiya [Methods and means of infrared optical flaw detection of dielectric materials: dissertation]. L.: SZGZTU. [in Russian].
- [3] Schwander H., Kaifel A., Ruggaber A., Koepe P. (2001). Spectral Radiative Transfer Modeling with Minimized Computation Time by Use of a Neural-Network Technique. Applied Optics. V. 40. no. 3. pp. 331–335
- [4] Moskalev V.A. (1995) Prikladnaya fizicheskaya optika: Uchebnoe posobie [Applied Physical Optics: studies. Valid]. St. Petersburg: Polytechnic. [in Russian].
- [5] Kriksunov L.Z. (1978) Spravochnik po osnovam infrakrasnoy tehniki [Directory on infrared technology]. Moskva: Sov. radio. [in Russian].

**Постановка проблеми.** Для адекватного сприйняття та інтерпретації результатів діагностування об'єктів за допомогою оптичних методів неруйнівного контролю, до яких можна віднести метод інфрачервоної ехо-ім-

пульсної дефектоскопії [1], необхідно встановити параметри розповсюдження оптичного випромінювання у матеріалі об'єкта контролю, що здійснюється порівнянням експериментальних даних і комп'ютерного

моделювання або теоретичних розрахунків. Для створення відповідної моделі необхідно скласти математичний опис процесу взаємодії оптичного випромінювання з матеріалом об'єкта контролю.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [2] розглянуті закономірності зміни оптичних характеристик випромінювання при взаємодії з неоднорідними середовищами та встановлена залежність між інтенсивністю інфрачервоного випромінювання, що пройшло через таке середовище, і його оптичними характеристиками, однак у цьому разі розглядався випадок наскрізного проходження випромінювання. У [3] для розрахунку інтенсивності випромінювання, що пройшло через випадково-неоднорідне середовище, запропоновано використовувати технологію нейронних мереж. Точність такого моделювання визначається витратами машинного часу, а також відповідністю моделі модельованому об'єкту.

**Виокремлення не вирішених раніше частин загальної проблеми.** Одним із найважливіших невіршених питань розробки теоретичних засад методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії є виявлення закономірності зміни оптичних характеристик випромінювання, яке пройшло крізь шар досліджуваного матеріалу, відбилося від його нижньої поверхні та вийшло крізь верхню поверхню. Це питання є важливим у зв'язку зі специфікою використання методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії, а саме з вимогою забезпечення проведення діагностування технічного стану за умови одностороннього доступу до об'єкта контролю.

**Мета дослідження.** Метою дослідження є розвиток теоретичних основ методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії шляхом створення математичної моделі взаємодії інфрачервоного випромінювання з випадково-неоднорідним середовищем у цілях виявлення змін оптичних характеристик випромінювання.

**Методи, об'єкт та предмет дослідження.** Для вирішення поставленої задачі застосовувалися методи спостереження, порівняння, аналізу та синтезу, а також математичного моделювання.

Предметом дослідження є процес неруйнівного контролю елементів авіаційних конструкцій зі склопластиків методом інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії.

Об'єктом дослідження є оптичні характеристики випромінювання інфрачервоного діапазону при взаємодії його з випадково-неоднорідними середовищами.

**Основний матеріал (результати).** З урахуванням особливостей структури досліджуваного матеріалу (склопластику), який є випадково-неоднорідним середовищем, за рахунок невпорядкованого розташування скляних волокон у товщі полімерної матриці у першому наближенні можна прийняти, що розсіювання випромінювання у склопластику відбувається відповідно до теорії розсіювання Мі. За умови лінійних розмірів центрів розсіювання 0,017...0,025 мм (для скловолокна) розсіювання буде відбуватися переважно вперед [1].

Таке припущення дозволяє спростити модель взаємодії випромінювання із середовищем.

Розглянемо цю взаємодію на прикладі одиничного променя. Припустимо, що на поверхню матеріалу під кутом  $\alpha$  падає одиничний промінь із інтенсивністю  $I_0$  (рис. 1).

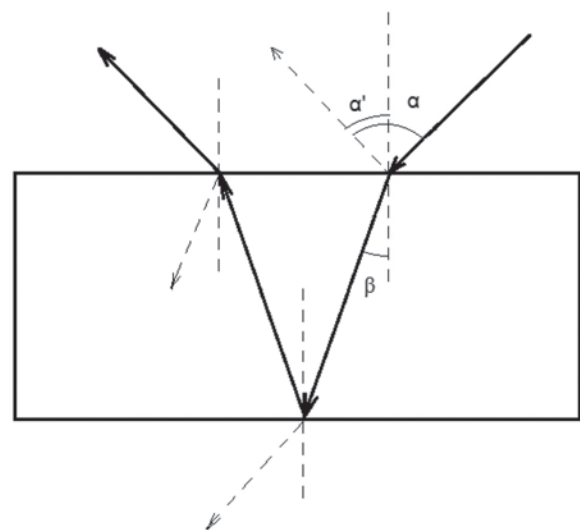


Рис. 1. Схема взаємодії променя з матеріалом

На поверхні матеріалу він розкладається на два промені, один із яких відбивається від поверхні під кутом  $\alpha' = \alpha$ , а інший заломлюється та проходить у товщу матеріалу під кутом  $\beta$ . Інтенсивності відбитого та

заломленого променів неполяризованої хвилі випромінювання визначаються показниками відбивання  $R$  та пропускання  $T$ , які дорівнюють відповідно [4]:

$$R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}; T_{\parallel} = \frac{\operatorname{Sin}2\alpha \cdot \operatorname{Sin}2\beta}{\operatorname{Sin}^2(\alpha + \beta) \operatorname{Cos}^2(\alpha - \beta)};$$

$$R_{\perp} = \frac{\operatorname{Sin}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{Sin}^2(\alpha + \beta)}; T_{\perp} = \frac{\operatorname{Sin}2\alpha \cdot \operatorname{Sin}2\beta}{\operatorname{Sin}^2(\alpha + \beta)},$$

де  $\alpha$  – кут падіння променя відносно нормалі до поверхні;  $\beta$  – кут заломлення променя.

Показники  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$ ,  $T_{\parallel}$ ,  $T_{\perp}$  зв'язані одне з одним такими рівняннями:

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\operatorname{Sin}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{Sin}^2(\alpha + \beta)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)} \right] = \frac{1}{2} (R_{\perp} + R_{\parallel}).$$

$$R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1, R_{\perp} + T_{\perp} = 1$$

Таким чином, інтенсивності відбитого та заломленого променів дорівнюють відповідно:

$$I_{\text{відб}} = I_0 \cdot R_{\text{ex}}, I_{\text{залом}} = I_0 \cdot T_{\text{ex}}, \quad (1)$$

де  $T_{\text{вх}}$ ,  $R_{\text{вх}}$  – показники відбивання та пропускання на вході променя у матеріал.

При проходженні товщі матеріалу променем його інтенсивність буде змінюватися відповідно до закону Бугера:

$$I = I_{\text{залом}} \cdot e^{-\mu l}, \quad (2)$$

де  $\mu$  – показник ослаблення,  $l$  – відстань, яку проходить промінь у матеріалі.

За відомої товщини матеріалу  $l$  можна виразити таким чином:

$$l = h \cdot \operatorname{tg}\beta, \quad (3)$$

де  $h$  – товщина матеріалу,  $\beta$  – кут заломлення променя.

Тоді вираз для визначення інтенсивності променя у матеріалі можна записати таким чином:

$$I = I_0 \cdot T_{\text{ex}} \cdot e^{-\mu_{\text{e}}(h \cdot \operatorname{tg}\beta)}. \quad (4)$$

Показник ослаблення  $\mu$  для складного, багатокомпонентного та неоднорідного середовища є комплексним і враховує поглинання та розсіяння випромінювання:

$$\mu = \mu_{\text{dis}} + \mu_{\text{abs}} \quad (5)$$

Таким чином вираз ( ) набуде вигляду:

$$I = I_0 \cdot T_{\text{ex}} \cdot e^{-(\mu_{\text{dis}} + \mu_{\text{abs}})(h \cdot \operatorname{tg}\beta)}. \quad (6)$$

Показник розсіювання  $\mu_{\text{dis}}$  у полімерних композитах із розмірами заповнювача (скловолокна) у межах 0,017...0,025 мм може бути описаний за допомогою теорії розсіяння Страттона-Хаутона, що є розвитком теорії Мі.

Згідно з цією теорією, коефіцієнт ослаблення потоку випромінювання за рахунок розсіяння знаходиться таким чином [2]:

$$\mu_{\text{dis}} = 2\pi r^2 N f(\Psi), \quad (7)$$

де  $r$  – радіус часток;  $N$  – кількість часток в одиниці об'єму;  $f(\Psi)$  – функція Страттона-Хаутона;

Аргумент функції Страттона-Хаутона знаходиться за формулою:

$$\Psi = \frac{2\pi r}{\lambda}.$$

Знайдемо межі зміни параметру  $\Psi$  залежно від довжини хвилі та розмірів часток. Прийmemo концентрацію часток у матеріалі постійною ( $N = \text{const}$ ), розмір  $r$  у межах [8,5 ; 12,5 мкм], та зміни довжини хвилі випромінювання  $\lambda$  [0,7 ; 2 мкм].

Результати розрахунків проілюстровані на рис. 2.

При збільшенні довжини хвилі пропорційно збільшується проникна спроможність випромінювання.

Коефіцієнт поглинання випромінювання середовищем можна визначити за формулою [2]:

$$\mu_{\text{abs}} = \frac{4\pi k}{\lambda}, \quad (8)$$

де  $k$  – спектральний коефіцієнт поглинання (екстинкції) середовища.

При досягненні променем нижньої поверхні матеріалу знову відбудеться розкладення променя на два,

$$I = I_0 \cdot T_{\text{ex}} \cdot R_{\text{матер}} \cdot \left( e^{-(\mu_{\text{dis}} + \mu_{\text{abs}}) \cdot h \cdot \operatorname{tg}\beta} \right)^2 = \\ = I_0 \cdot T_{\text{ex}} \cdot R_{\text{матер}} \cdot e^{-2(\mu_{\text{dis}} + \mu_{\text{abs}}) \cdot h \cdot \operatorname{tg}\beta},$$

де  $T_{\text{вх}}$  – показник пропускання на вході променя у матеріал;  $R_{\text{матер}}$  – показник відбивання на нижній поверхні матеріалу.

Аналогічна картина буде спостерігатися також у зворотному напрямку на верхній поверхні матеріалу.

$$I = I_0 \cdot T_{\text{ex}} \cdot R_{\text{матер}} \cdot T_{\text{вх}} \cdot e^{-2(\mu_{\text{dis}} + \mu_{\text{abs}}) \cdot h \cdot \operatorname{tg}\beta}, \quad (9)$$

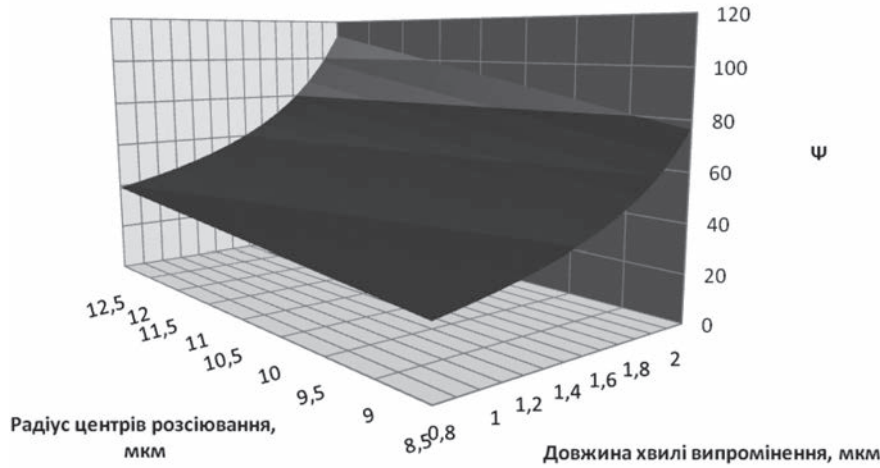


Рис. 2. Зміни параметру  $\Psi$  залежно від довжини хвилі та розмірів часток

де  $T_{вх}$  – показник пропускання на вході променя у матеріал;  $R_{матер}$  – показник відбивання від нижньої поверхні матеріалу;  $T_{вих}$  – показник пропускання на виході з матеріалу.

Для отримання на виході з матеріалу променя максимальної інтенсивності потрібно виконання таких умов:

$$\begin{cases} T_{вх} \rightarrow \max, R_{вх} \rightarrow \min \\ T_{матер} \rightarrow \min, R_{матер} \rightarrow \max \\ T_{вих} \rightarrow \max, R_{вих} \rightarrow \min \end{cases} \quad (10)$$

Слід зазначити що за такого вигляду наведені умови можуть бути виконані лише при  $T_{матер} = T_{вих}, R_{матер} = R_{вих}$  тому вираз (10) можна записати таким чином:

$$\begin{cases} T_{вх} \rightarrow \max, R_{вх} \rightarrow \min \\ T_{матер} = R_{матер} = T_{вих} = R_{вих} \end{cases} \quad (11)$$

Грунтуючись на наведених вище залежностях розрахуємо інтенсивність вихідного випромінювання при зміні кута падіння променя за умови визначеного у [3] показників заломлення й ослаблення випромінення для склопластиків. Результати розрахунків проілюстровано на рис. 3–5.

Слід зазначити, що розрахунки проводилися для ідеального випадку, коли як випромінювач і приймач використовувалися матеріальні точки, котрі, як відомо, не мають геометричних розмірів. Для адекватного використання розробленої математичної моделі слід враховувати індивідуальні особливості випромінювача та приймача, а саме їхні геометричні розміри та діаграми направленості.

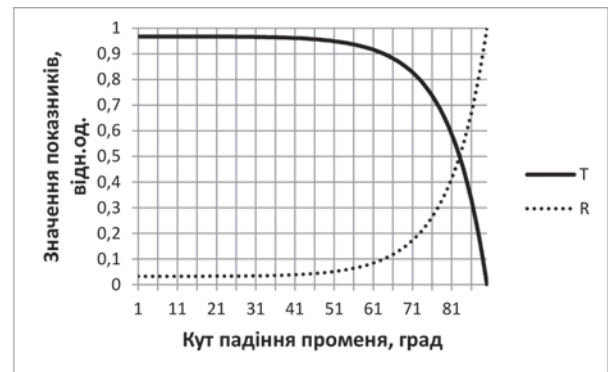


Рис. 3. Показники відбивання та пропускання на вході в матеріал

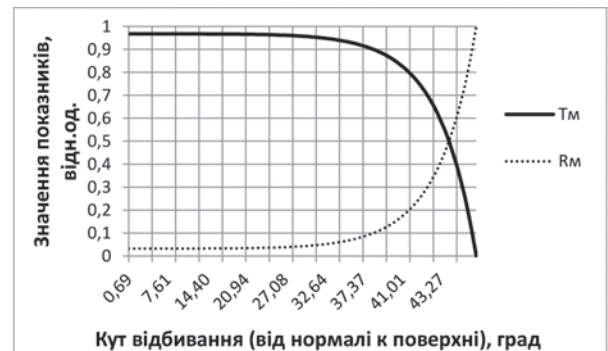


Рис. 4. Показники відбивання та пропускання на нижній границі матеріалу

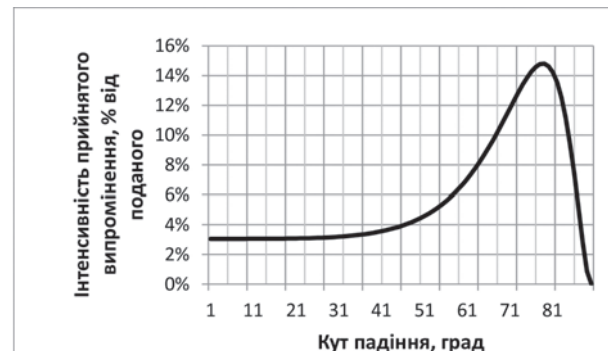


Рис. 5. Залежність інтенсивності випромінення від кута падіння

**Обговорення отриманих результатів.**

Результати роботи винесено на обговорення на VII Міжнародній науково-практичній конференції «Управління високошвидкісними рухомими об'єктами та професійна підготовка операторів складних систем», Кропивницький, ЛА НАУ, 22–23 листопада 2018 р. та на V Міжнародній науково-практичній конференції «Прикладні науково-технічні дослідження», Івано-Франківськ, Україна, 5–7 квітня 2021 р.

**Висновки.** Для розвитку теоретичних засад методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії склопластиків створено

спрощену математичну модель взаємодії інфрачервоного випромінювання з матеріалом об'єкта контролю, який є випадково-неоднорідним оптичним середовищем. З урахуванням індивідуальних особливостей випромінювача та приймача випромінювання створена модель дає змогу попередньо визначити оптимальні умови проведення контролю за допомогою методу інфрачервоної ехо-імпульсної дефектоскопії залежно від геометричних та оптичних характеристик об'єкта контролю, а також взаємного розташування випромінювача та приймача.

**Список літератури**

- [1] Pusyryov O.L., Volkogon V.O., Alekseev O.M., Ushakov V.V. Development of Airframe Design Elements Control Technique under Operational Conditions. *Electronics and control systems*. 2016. № 4. P. 46–51.
- [2] Кортеc X.И. Методы и средства инфракрасной оптической дефектоскопии диэлектрических материалов : диссертация. Л.: СЗГЗТУ. 2000. 179 с.
- [3] Schwander H., Kaifel A., Ruggaber A., Koepe P. Spectral Radiative Transfer Modeling with Minimized Computation Time by Use of a Neural-Network Technique. *Applied Optics*. 2001. V. 40. № 3. P. 331–335.
- [4] Прикладная физическая оптика : учебное пособие / под ред. В.А. Москалев. Санкт-Петербург : Политехника, 1995. 528 с.
- [5] Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. Москва : Сов. радио, 1978. 400 с.

---

© Рагулін С. В., Ушаков В. В., Дмитрієв О. М., Шарабайко О. М.

Дата надходження статті до редакції: 05.04.2021

Дата затвердження статті до друку: 17.05.2021